

Эксперимент по схеме Аспекта с источником псевдо-запутанных частиц

П.В. Пугенихин
m55@mail.ru

(Получена 6 апреля 2007; опубликована 15 апреля 2007)

Рассмотрена модернизированная схема эксперимента Аспекта для проверки конфликта между квантовой механикой и теорией дополнительных параметров в условиях, точно отвечающих постулатам теории дополнительного параметра – на псевдо-запутанных частицах. Совпадение результатов такого эксперимента с результатами эксперимента на запутанных частицах может означать, что частицы имеют определенное состояние (поляризацию).

Псевдо-запутанность

В своей работе [1] Аспект приводит уравнение (12) для определения коэффициента корреляции для специфической модели теории дополнительного параметра:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int dI r(I) A(I, \mathbf{a}) B(I, \mathbf{b}) \quad (12)$$

где:

\mathbf{a}, \mathbf{b} – направления поляризаторов;

I – явно представленный дополнительный параметр;

$r(I)$ – вероятность распределения дополнительных параметров I на ансамбле испускаемых пар;

$A(I, \mathbf{a}), B(I, \mathbf{b})$ – двузначные функции, задающие результаты измерения, соответственно, в направлениях \mathbf{a} и \mathbf{b} .

Анализ рассуждений Аспекта при исследовании теории дополнительного параметра и приведенного уравнения позволяет сделать вывод, что произошел незаметный отход от сущности квантовой корреляции запутанных частиц в отношении локальной теории. Это вызвано исключительно формализмом рассматриваемой теории дополнительного параметра, а не ошибкой в рассуждениях Аспекта или Белла. Действительно, уже на этом этапе видна невозможность правильных предсказаний такой теории. Произведение частных вероятностей двух фотонов означает, что прохождение одним фотоном своего поляризатора никак не связано с тем, пройдет ли свой поляризатор другой фотон. Эксперимент же явно показывает, что такая связь (зависимость) имеется. Следовательно, можно сделать вывод, что рассматриваемая Аспектом белловская модель теории дополнительного параметра изначально непригодна с точки зрения уже подтвержденной практикой формулы:

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \times \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (1)$$

где:

$P(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ – вероятность совместного прохождения двух запутанных фотонов через поляризаторы;

(\mathbf{a}, \mathbf{b}) – угол между поляризаторами.

Эта формула имеет простой и наглядный физический смысл. Вероятность совместного прохождения поляризаторов двумя запутанными фотонами $P(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ равна произведению двух вероятностей. Первая вероятность $1/2$ – это вероятность прохождения

первым фотоном своего поляризатора. Вторая вероятность – второй сомножитель в формуле (1) – это вероятность прохождения вторым фотоном своего поляризатора. Как видим, эта вероятность вычисляется как вероятность прохождения фотоном поляризатора, образующего угол (\mathbf{a}, \mathbf{b}) с направлением поляризации фотона. С квантово-механической точки зрения, этот угол равен углу между поляризаторами, поскольку второй фотон приобретает направление поляризации, равное направлению первого поляризатора.

Таким образом, можно утверждать, что уравнения теории дополнительного параметра и квантовой теории относятся к разным схемам эксперимента. Квантовое описание учитывает зависимость двух измерений друг от друга, а локальная теория – нет. Поэтому можно задаться вопросом: насколько обоснованно использовать вероятностную модель к заведомо зависимым процессам?

Если приведенные доводы хоть в какой-то мере обоснованны, то возникает естественный вопрос: какую схему описывает теория дополнительного параметра? Поскольку фактически теории локального реализма не описывают явление запутанности, то рассмотрим другое явление, которое на наш взгляд подпадает под описание локальной теории, и которое назовем для определенности явлением псевдо-запутанности. Это явление одинаково описывают и квантовая теория, и теория дополнительного параметра (или теория локального реализма – локализм).

Рассмотрим, в чем состоит явление псевдо-запутанности, сопоставив общие черты и различия запутанных и псевдо-запутанных частиц. Общим у таких частиц является их следующее одинаковое поведение:

1. Если одна из частиц достоверно не проходит поляризатор, то вторая так же достоверно не проходит поляризатор – для поляризаторов, настроенных на не прохождение частиц. Для синглетных частиц – это перпендикулярное расположение поляризаторов, когда одна из осей поляризаторов совпадает с направлением поляризации псевдо-запутанных частиц.
2. Если одна из частиц достоверно проходит поляризатор, то вторая также проходит его достоверно (параллельное расположение поляризаторов и поляризации псевдо-запутанных частиц).

Различие запутанных и псевдо-запутанных частиц является принципиальным и восходит к ЭПР-эксперименту: запутанные частицы (в данном случае – фотоны) описываются единым вектором состояния и частицы не имеют определенной поляризации, а псевдо-запутанные частицы описываются каждая своим вектором состояния и частицы находятся в собственных состояниях. То, что псевдо-запутанные частицы находятся в собственных состояниях, позволяет каждой из них приписать определенное направление поляризации, которое в общем случае может быть известно экспериментатору.

Важным обстоятельством является то, что есть возможность получить псевдо-запутанные частицы, обладающие основными свойствами запутанных частиц (синглетность, например), но не имеющие такой же корреляции, как обычные запутанные частицы. То есть псевдо-запутанные частицы – это переведенные в собственное состояние запутанные частицы. Это необходимое требование для теории дополнительного параметра, но оно описывается также и квантовой теорией. И это хорошая предпосылка для сравнения предсказаний локального реализма и квантовой теории и экспериментальной проверки.

Методика получения запутанных частиц отработана достаточно хорошо, а получение псевдо-запутанных частиц следует рассмотреть подробнее. Очевидно, что источник таких частиц должен обеспечить соблюдение следующих требований:

1. Частицы должны испускаться всегда парами, чтобы гарантировать, что это именно пара псевдо-запутанных частиц, а не две несвязанные частицы;
2. Частицы должны находиться в собственных состояниях, чтобы гарантировать определенность и взаимосвязь их поляризаций (параллельные или перпендикулярные);
3. Вектор поляризации пары частиц должен иметь случайное направление (в плоскости, перпендикулярной линии распространения частиц).

Таким требованиям отвечает следующая конструкция источника (рис.1).

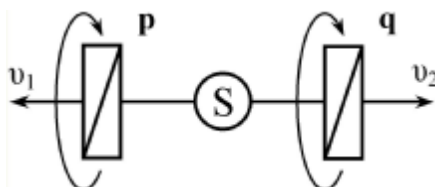


Рис.1 Источник псевдо-запутанных частиц

Источник *S* излучает пары запутанных фотонов (для совместимости с ЭПР – в синглетном состоянии), посланных в противоположных направлениях. Каждый фотон встречает на своем пути поляризатор *p* или *q*, которые ориентированы одинаково. Поскольку фотоны запутаны, то они либо оба проходят через поляризаторы, либо оба поглощаются ими. Если фотоны проходят через поляризаторы *p-q*, то они переходят в собственные состояния и приобретают поляризации в соответствии с направлением поляризаторов. Приведем поляризаторы *p-q* (можно вместе с источником *S*) в синхронное вращение вокруг оси, по которой распространяются фотоны (либо используем другие способы синхронного вращения направления поляризации частиц). Теперь прошедшие через поляризаторы пары фотонов отвечают условиям 1–3. Источник псевдо-запутанных фотонов можно использовать для проверки неравенств Белла в соответствии с описанной Аспектом методикой [1,2].

Предсказания теорий для псевдо-запутанности

Как с точки зрения теории дополнительных параметров, так и с точки зрения квантовой теории фотоны имеют фиксированные поляризации сразу же после процедуры псевдо-запутывания. Рассмотрим события, происходящие на том поляризаторе, который первым фиксирует прилетевший фотон. Очевидно, что вероятность того, что фотон пройдет через поляризатор, определяется уравнением:

$$P(q) = \cos^2(q) \quad (2)$$

где:

q – угол между поляризацией фотона и поляризатора. Такова же вероятность прохождения поляризатора и вторым фотоном.

Локальная теория утверждает, что поляризация второго фотона до встречи с поляризатором не меняется, поэтому угол *q* для него отличается от аналогичного угла первого фотона, поскольку в общем случае поляризаторы не параллельны. Но это же утверждает и квантовая теория, если частицы не являются запутанными. Таким образом, вероятность того, что оба фотона пройдут свои поляризаторы, равна произведению вероятностей как с точки зрения квантовой теории, так и с точки зрения теории дополнительного параметра:

$$P = P(q_1) \times P(q_2) = \cos^2(q_1) \times \cos^2(q_2) \quad (3)$$

где:

$P(q_1)$ – вероятность единичного прохождения первого фотона через первый поляризатор;

$P(q_2)$ – вероятность единичного прохождения второго фотона через второй поляризатор;

q_1 – угол между поляризацией первого фотона и первым поляризатором;

q_2 – угол между поляризацией второго фотона и вторым поляризатором.

Рассмотрим условную схему эксперимента:

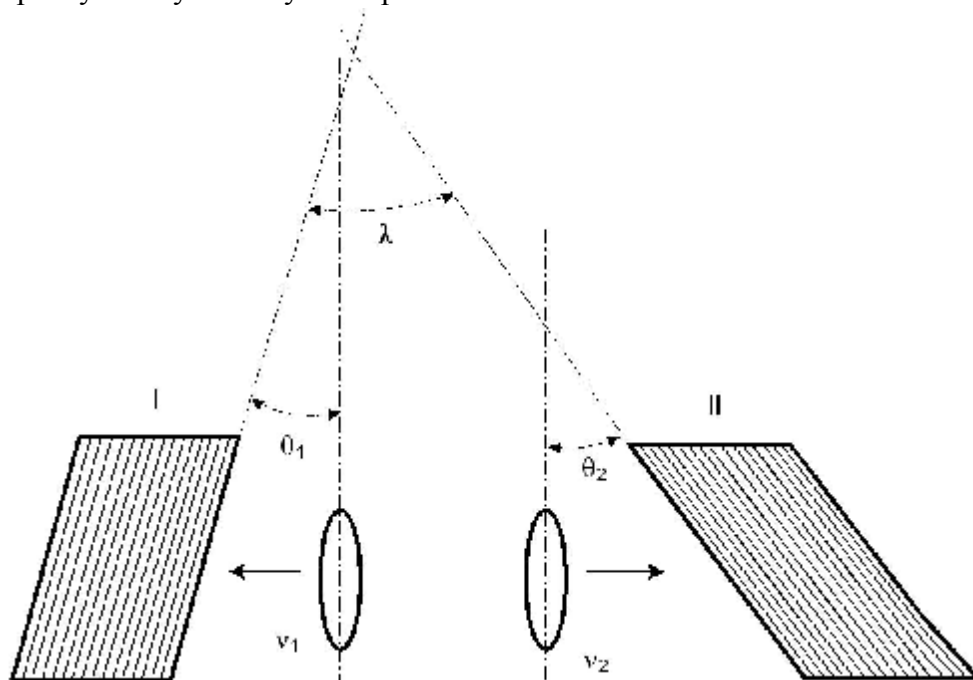


Рис.2. Условная схема экспериментальной установки. Направления поляризации фотонов n_1 и n_2 параллельны (синглетная пара). Поляризаторы I и II для наглядности развернуты параллельно плоскости рисунка.

Общая вероятность прохождения пар фотонов – доля фотонов от общего их числа, прошедших через поляризаторы парно:

$$P_1 = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} \cos^2(q_1) \times \cos^2(q_2) dq \quad (3)$$

Используем формулу для понижения степени тригонометрических функций:

$$\cos^2(a) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$$

Получаем два сомножителя под интегралом:

$$P_1 = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2q_1 \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2q_2 \right) dq \quad (4)$$

Раскрываем скобки и получаем четыре слагаемых:

$$P_1 = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos 2q_1 + \frac{1}{4} \cos 2q_2 + \frac{1}{4} \cos 2q_1 \cos 2q_2 \right) dq \quad (5)$$

Разбиваем интеграл на четыре интеграла:

$$P_1 = \frac{1}{8p} \int_0^{2p} dq + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \cos 2q_1 dq + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \cos 2q_2 dq + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \cos 2q_1 \cos 2q_2 dq \quad (6)$$

Берем интегралы и устанавливаем пределы интегрирования. Видим, что первые три интеграла вычисляются точно:

$$P_1 = \frac{1}{8p} q \Big|_0^{2p} + \frac{1}{16p} \sin 2q \Big|_0^{2p} + \frac{1}{16p} \sin 2q \Big|_0^{2p} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \cos 2q_1 \cos 2q_2 dq \quad (7)$$

Получаем:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \cos 2q_1 \cos 2q_2 dq \quad (8)$$

Сделаем подстановку в последнем слагаемом полученного выражения, используя следующие равенства:

$$\begin{cases} 2q_1 = a + b \\ 2q_2 = a - b \end{cases} \quad (9)$$

и сразу воспользуемся еще одной формулой преобразования:

$$\cos(a + b) \cos(a - b) = \cos^2 a - \sin^2 b$$

В результате подстановки и после преобразования получаем:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \cos(a + b) \cos(a - b) dq \quad (10)$$

После второго преобразования:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} (\cos^2 a) dq - \frac{1}{8p} \int_0^{2p} (\sin^2 b) dq \quad (11)$$

Вновь воспользуемся формулами для понижения степени:

$$\cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$$

$$\sin^2 b = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2b$$

После подстановки их в (11), получаем:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a \right) dq - \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2b \right) dq \quad (12)$$

Раскрываем скобки и разбиваем интегралы сумм на суммы интегралов, замечая, что в интегралах есть одинаковые слагаемые с противоположными знаками:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16p} q \Big|_0^{2p} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \left(\frac{1}{2} \cos 2a \right) dq - \frac{1}{16p} q \Big|_0^{2p} + \frac{1}{8p} \int_0^{2p} \left(\frac{1}{2} \cos 2b \right) dq \quad (13)$$

После сокращения и вынесения множителей за знак интеграла получаем:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16p} \int_0^{2p} \cos 2a dq + \frac{1}{16p} \int_0^{2p} \cos 2b dq \quad (14)$$

Из выражения (9) обратным преобразованием находим:

$$\begin{cases} 2q_1 = a + b \\ 2q_2 = a - b \end{cases} \quad \text{откуда следует:} \quad \begin{cases} a = q_1 + q_2 \\ b = q_1 - q_2 \end{cases} \quad (15)$$

Подставляем эти значения в (14) и находим:

$$P_l = \frac{1}{4} + \frac{1}{16p} \int_0^{2p} \cos 2(q_1 + q_2) dq + \frac{1}{16p} \int_0^{2p} \cos 2(q_1 - q_2) dq \quad (16)$$

Обратившись к рис.1, мы заметим, что:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = l, \text{ направление поляризации находится внутри угла } l \\ q_1 - q_2 = l, \text{ направление поляризации находится вне угла } l \end{cases} \quad (17)$$

На рис.2 второе соотношение в (17) может быть показано, например, горизонтальным расположением оси поляризации фотонов. Разобьем каждый из интегралов на два с интервалами интегрирования, смыкающимися в точке разрыва в l , и произведем замены с учетом замечания (17) и того, что схема симметрична на интервале $0 \leq q \leq p$:

$$\begin{aligned} P_l = & \frac{1}{4} + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2l dq + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2(q_1 + q_2) dq \\ & + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2(q_1 - q_2) dq + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2l dq \end{aligned} \quad (18)$$

Выносим константы за знаки интеграла:

$$\begin{aligned} P_l = & \frac{1}{4} + \frac{\cos 2l}{8p} \int_0^l dq + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2(q_1 + q_2) dq \\ & + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2(q_1 - q_2) dq + \frac{\cos 2l}{8p} \int_l^p dq \end{aligned} \quad (19)$$

Замечаем, что второе и последнее слагаемые образуют интеграл по полукругу:

$$P_l = \frac{1}{4} + \frac{\cos 2l}{8p} \int_0^p dq + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2(q_1 + q_2) dq + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2(q_1 - q_2) dq \quad (20)$$

После вычисления интегралов, получаем:

$$P_l = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2l + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2(q_1 + q_2) dq + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2(q_1 - q_2) dq \quad (21)$$

Сделаем подстановки с учетом (17):

$$P_l = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2l + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2(l + q_2 + q_2) dq + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2(l - q_2 - q_2) dq \quad (22)$$

После упрощения выражения:

$$P_l = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2l + \frac{1}{8p} \int_l^p \cos 2(l + 2q_2) dq + \frac{1}{8p} \int_0^l \cos 2(l - 2q_2) dq \quad (23)$$

Преобразуем для большей наглядности:

$$P_l = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2l + \frac{1}{32p} \int_l^p \cos(2l + 4q_2) d4q + \frac{1}{32p} \int_0^l \cos(2l - 4q_2) d4q \quad (24)$$

Берем интегралы и указываем пределы вычислений:

$$P_I = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2I + \frac{1}{32p} \sin(2I + 4q) \Big|_I^p + \frac{1}{32p} \sin(2I - 4q) \Big|_0^I \quad (25)$$

Подставляем пределы и находим:

$$P_I = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2I + \frac{1}{32p} \sin(2I) - \frac{1}{32p} \sin(2I + 4I) + \frac{1}{32p} \sin(2I - 4I) - \frac{1}{32p} \sin(2I) \quad (26)$$

Упрощаем:

$$P_I = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2I - \frac{1}{32p} \sin(2I) - \frac{1}{32p} \sin(6I) \quad (27)$$

Полученное выражение не совпадает с выражением квантовой теории для запутанных частиц. Для запутанных частиц и угла между поляризаторами $I = p/2$ квантовая теория предсказывает нулевую вероятность совместного прохождения частиц. Подставляем этот угол в выражение для псевдо-запутанных частиц и находим:

$$P_I = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos p - \frac{1}{32p} \sin(2p) - \frac{1}{32p} \sin(3p) = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - 0 - 0 = \frac{1}{8} \quad (28)$$

Для запутанных частиц и угла $I = 0$ квантовая теория предсказывает вероятность совместных прохождений частиц, равную $1/2$. Для псевдо-запутанных частиц квантовая теория и теория дополнительного параметра предсказывают вероятность:

$$P_I = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 0 - \frac{1}{32p} \sin 0 - \frac{1}{32p} \sin 0 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - 0 - 0 = \frac{3}{8} \quad (29)$$

Напомним, что этот результат получен из предположения, что частицы являются псевдо-запутанными, то есть никакого взаимного влияния частиц в виде квантовой корреляции здесь нет. Кроме того, мы неуклонно стремились сохранить логику как квантовой теории, так и теории дополнительного параметра.

Источник псевдо-запутанных фотонов рис.1 позволяет осуществить экспериментальную проверку этой гипотезы по методике Аспекта [1,2].

Выводы

1. Все локальные теории описывают явление запутанности с вероятностной точки зрения, принимающей, что корреляция пар частиц вызвана «случайным», вероятностным совпадением измерений, поскольку оба измерения не могут влиять друг на друга. Эксперименты Аспекта (и других исследователей) показали, что результаты измерений зависят друг от друга, поэтому локальная вероятностная модель не может быть применена к запутанным частицам.
2. Локальное вероятностное описание может быть применено к специфической модели псевдо-запутанных частиц. Эта модель одинаково описывается и локальной теорией дополнительного параметра и квантовой теорией.
3. В эксперименте по схеме Аспекта [2] с использованием в качестве источника частиц источник псевдо-запутанных частиц обе теории дают одинаковые предсказания совместного прохождения частиц. Эти предсказания отличаются от предсказаний

квантовой теории для запутанных частиц и от результатов эксперимента с этими частицами.

4. Эксперимент по схеме Аспекта [2] с псевдо-запутанными частицами не проводился и его результат может совпасть с приведенным анализом. Такой результат не противоречит ни квантовой теории, ни теории дополнительного параметра и наиболее вероятен.
5. Плохо обоснованным является предположение, что возможен иной исход эксперимента с источником псевдо-запутанных частиц по схеме Аспекта [1,2], когда количества совместных прохождений частиц совпадут с предсказаниями квантовой теории для запутанных частиц. Такой исход будет означать ошибочность представлений об отсутствии у запутанных частиц определенной поляризации.

Литература

1. Aspect A., Dalibard J., Roger G., Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analysers. – Phys. Rev. Lett. 49, 25, (1982).
2. Aspect A., «Bell's theorem: the naive view of an experimentalist», 2001, (http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect_bell.zip).